E.N.P. DE CONSTANTINE
CLASSE PREPARATOIRE/ 1ère ANNEE/ PHYSIQUE 2
2019/2020

SOLUTION DES APPLICATIONS DU TD PRELIMINAIRE

APPLICATION 1 :

Calcul du volume du cube de côté a en coordonnées cartésiennes :
Elément de volume : $dV = dxdydz$
Chacune des variables x, y et z varient de 0 à a.

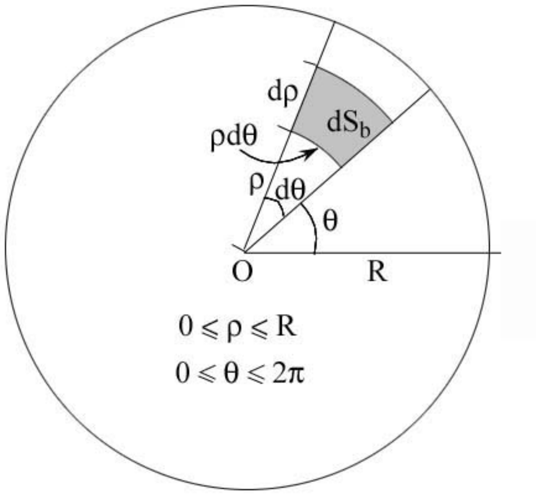
$$V = \int_{(V)} dV = \int_0^a \int_0^a \int_0^a dxdydz$$

Comme les variables x, y et z sont indépendantes, on a :

$$V = \int_0^a dx \int_0^a dy \int_0^a dz = a \times a \times a = \mathbf{a^3}$$

APPLICATION 2 :

***Calcul de la surface de base d'un cylindre de rayon R.**
Dans ce cas, les coordonnées cylindriques se réduisent aux coordonnées polaires.



Elément de la surface de base : $dS_b = \rho d\rho d\theta$
Avec ρ variant de 0 à R et θ variant de 0 à 2π, les variables ρ et θ étant indépendantes.

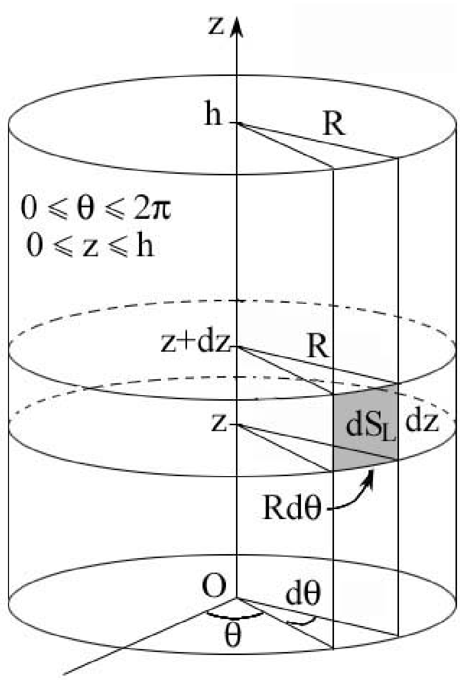
$$S_b = \int_{(S_b)} dS_b = \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{R^2}{2} \times 2\pi = \boldsymbol{\pi R^2}$$

C'est la surface d'un cercle.

***Calcul de la surface latérale d'un cylindre de rayon R et de hauteur h en coordonnées cylindriques.**

Elément de la surface latérale : $dS_L = \rho d\theta dz = Rd\theta dz$ car ρ est constant et égal à R.
Avec θ variant de 0 à 2π et z variant de 0 à h.

$$S_L = \int_0^{2\pi} \int_0^h Rd\theta dz = R\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = R \times 2\pi \times h = \mathbf{2\pi Rh}$$



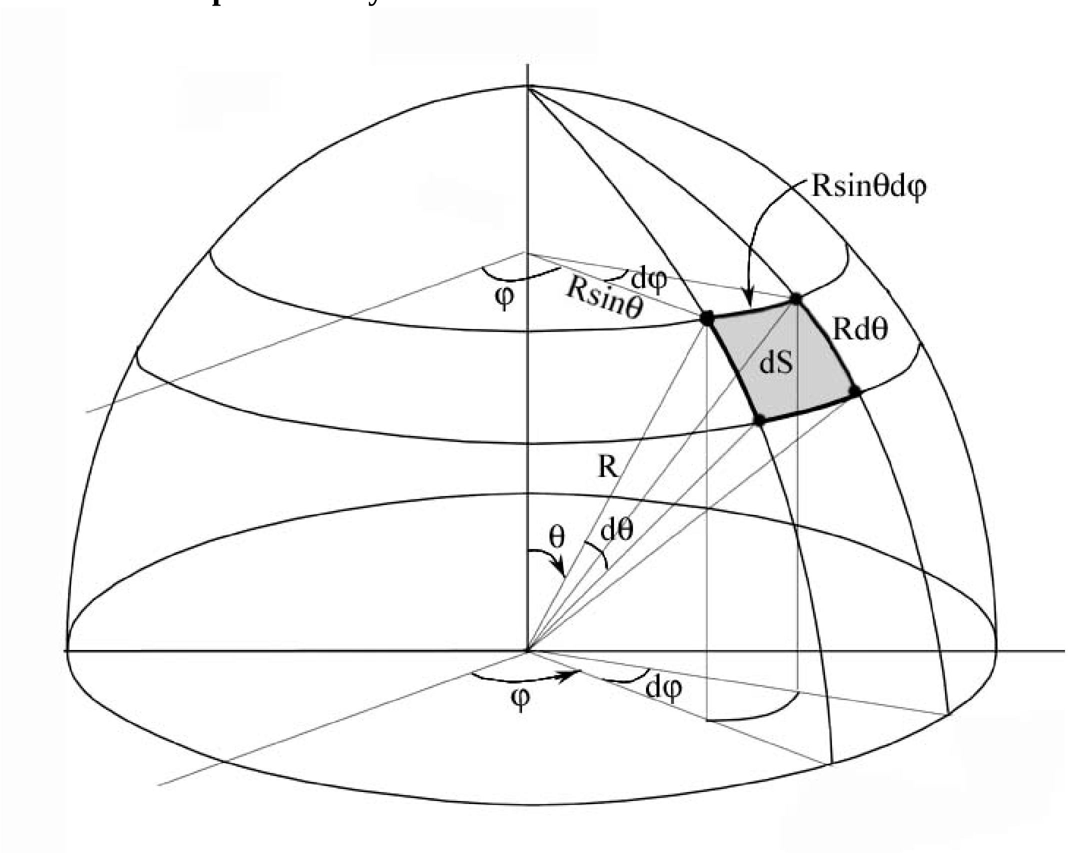
*__Calcul du volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h.__

Elément de volume : $dV = \rho d\rho d\theta dz$
Avec ρ variant de 0 à R, θ de 0 à 2π et z de 0 à h.

$$V = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^h \rho d\rho d\theta dz = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = \frac{R^2}{2} \times 2\pi \times h = \boldsymbol{\pi R^2 h = S_b \times h}$$

<u>APPLICATION 3</u> :

*__Calcul de la surface de la sphère de rayon R :__



$dS = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$ car r est le rayon de la sphère qui est constant et égal à R.
Avec θ variant de 0 à π et φ de 0 à 2π.

$$S = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} R^2 \sin\theta d\theta d\varphi = R^2 \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = R^2 \times 2 \times 2\pi = \boldsymbol{4\pi R^2}$$

*__Calcul du volume de la sphère de rayon R :__

$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$
Avec r variant de 0 à R, θ de 0 à π et φ de 0 à 2π.

$$V = \int_0^R \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi = \int_0^R r^2 dr \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{R^3}{3} \times 2 \times 2\pi = \boldsymbol{\frac{4}{3}\pi R^3}$$