SOMMAIRE

CHAPITRE III- Electrocinétique

III- Electrocinétique

III.1- INTRODUCTION

III.1.1- LE COURANT ELECTRIQUE

Les deux premiers chapitres ont porté sur l'électrostatique et les conducteurs en équilibre où l'on a considéré les charges électriques comme étant à l'état statique. A l'inverse, dans ce chapitre, nous étudierons les phénomènes apparaissant dans un conducteur soumis à une différence de potentiel. Le conducteur est hors d'équilibre et les charges électriques sont capables de se mouvoir sous l'effet d'un champ électrique non nul. Ces charges en mouvement constituent « le courant électrique ».

Nous allons étudier dans ce chapitre le dipôle électrique c'est-à-dire un composant électrique possédant deux bornes, à savoir la résistance, le générateur et le récepteur (exemple : les lampes, les piles, les moteurs). Ces composants constitueront les réseaux électriques.

III.1.2- LE COURANT ELECTRIQUE TRANSITOIRE

Considérons les deux exemples suivants pour illustrer ce qu'on entend par courant transitoire :

<u>Exemple 1</u> :

Plaçons un conducteur initialement en équilibre (isolé), dans une région où règne un champ électrique $\vec{E}_{ext.}$. Sous l'effet de ce champ, on observe :

1/ une région du conducteur, du côté opposé à la direction de ce champ, où apparaît une accumulation des électrons sous l'effet de la force de Coulomb $\vec{F} = -e\vec{E}_{ext.}$,

2/ une région sur la face opposée qui se dégarnit en électrons et correspondant à une accumulation de charges positives (défaut d'électrons),

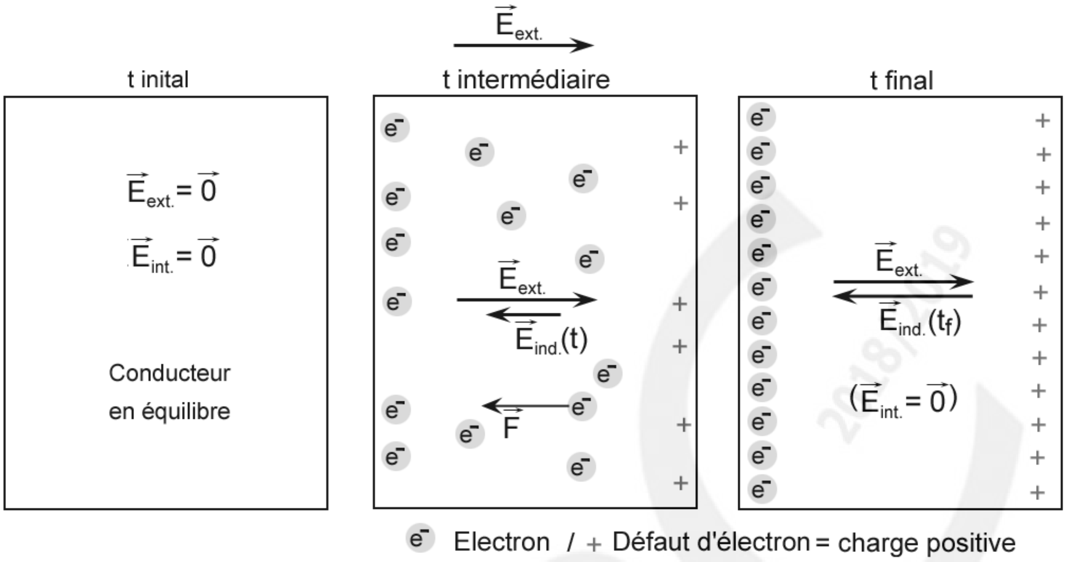
3/ l'apparition d'un champ électrique induit $\vec{E}_{ind.}$ du fait de cette réorganisation des charges (charges négatives d'un côté, positives de l'autre). Ce champ, opposé à $\vec{E}_{ext.}$, augmente au fur et à mesure de l'accumulation des charges.

4/ Au final, lorsque $E_{ind.} = E_{ext.}$, le champ total à l'intérieur du conducteur devient nul et le déplacement des électrons s'achève :

$$\vec{F} = -e(\vec{E}_{ext.} + \vec{E}_{ind.}) = -e\vec{E}_{int.} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_{int.} = \vec{0},$$

et donc le conducteur est à nouveau en équilibre.

Ce déplacement des électrons constitue un ***courant électrique temporaire ou transitoire***.



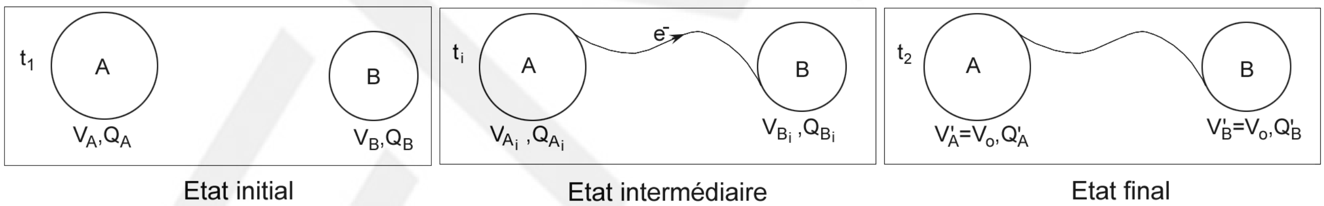
Exemple 2 :

Soit deux conducteurs en équilibre A et B, éloignés l'un de l'autre, portant respectivement des charges Q_A et Q_B et mis aux potentiels V_A et V_B tels que $V_B > V_A$. Relions-les par un fil conducteur. On obtient un conducteur unique qui ne peut être en équilibre électrostatique que si l'ensemble se trouve au même potentiel. Donc, les charges électriques vont circuler dans le fil jusqu'à obtention d'un potentiel unique V_o. On aura donc, au terme du déplacement de charges :

$$V_A^{'} = V_B^{'} = V_o \text{ et } Q_A + Q_B = Q_A^{'} + Q_B^{'},$$

Soit un système de deux équations caractérisant le nouvel état d'équilibre à l'état final.

Entre les instant t_1 et t_2, nous avons obtenu un courant électrique temporaire.



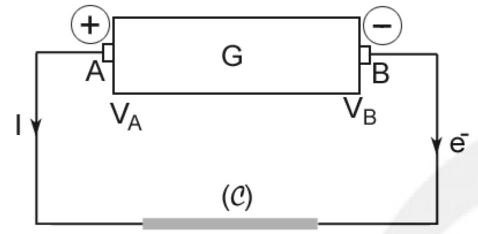
III.2- LE COURANT ELECTRIQUE CONTINU (OU STATIONNAIRE)

III.2 .1- NOTION DE GENERATEUR

Pour obtenir un courant électrique continu ou stationnaire dans un conducteur (C) (ayant une certaine résistance), on utilise des appareils appelés **générateurs** qui maintiennent une intensité de courant continu au cours du temps.

Le générateur a deux bornes A et B appelées **pôles** auxquels on branche le circuit. Ces pôles sont à des potentiels V_A et V_B différents : le pôle dont le potentiel est le plus élevé est appelé **pôle positif (A)**, l'autre est le **pôle négatif (B)**.

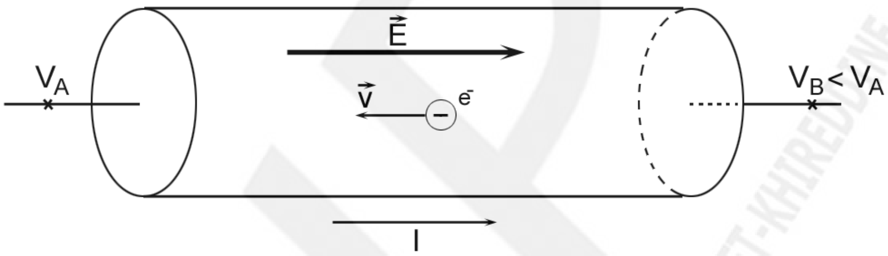
Exemples de générateurs de courant continu (à la différence du courant transitoire): piles, batteries.



III.2 .2- CONVENTION SUR LE SENS DU COURANT

Dans un conducteur métallique, ce sont les électrons libres du métal qui se déplacent sous l'effet du champ électrique et assurent la conduction électrique.

Par convention, le sens du courant électrique noté I est le sens opposé du déplacement des électrons libres, ce sera le sens de $\vec{E}$.

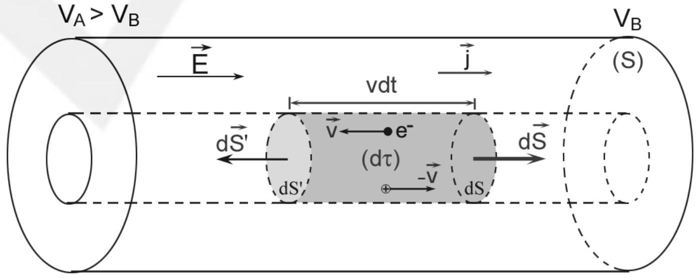


III.3- VECTEUR DENSITE DE COURANT ET INTENSITE DU COURANT ELECTRIQUE

III.3.1- VECTEUR DENSITE DE COURANT

*On définit la densité de courant **j** par la quantité de charges électriques qui traversent une surface unité de la section (S) du conducteur métallique par unité de temps. Comme le courant conventionnel, le vecteur densité de courant a le sens inverse du déplacement des électrons, donc $\vec{j}$ correspond au déplacement de charges positives.

*Dans un conducteur métallique, les charges en déplacement sont les électrons. Considérons l'élément de charges d^2q_e qui traverse la section dS' d'un conducteur de section constante, avec la vitesse $\vec{v}$ durant l'intervalle de temps dt :



$$d^2q_e = \rho_o d\tau = \rho_o dS' v dt = \rho_o (\vec{v}dt).d\vec{S}' = (\rho_o \vec{v})dtd\vec{S}'$$

Où ρ_o représente la densité volumique de charges matérielles mobiles, c'est-à-dire les électrons, et $d\tau$ l'élément de volume de section dS' et de longueur v.dt.

La quantité $\vec{j} = \rho_o \vec{v}$ est appelée « vecteur densité de courant » avec $\rho_o < 0$.

*La quantité de charges (électrons) qui traverse toute la section (S) de la portion de conducteur de longueur vdt entre les instants t et t + dt est alors :

$$dq_e = \iint_{(S)} d^2q_e = \left(\iint_{(S)} \vec{j}.d\vec{S}'\right)dt$$

III.3.2- INTENSITE DU COURANT ELECTRIQUE

L'intensité conventionnelle **I** étant due au déplacement des charges positives dans le sens opposé au déplacement des électrons (avec une vitesse $-\vec{\mathbf{v}}$), à travers la section dS, alors l'élément de charges positives est : $dq = -dq_e$. A partir de la relation précédente, et avec $d\vec{S}' = -d\vec{S}$, on définit l'intensité du courant électrique par :

$$\mathbf{I = \frac{dq}{dt} = \iint_{(S)} \vec{j}.d\vec{S}}$$

I représente donc la quantité d'électricité positive (de charges) qui traverse la section (S) du conducteur métallique par unité de temps. C'est aussi le flux du vecteur densité de courant $\vec{j}$ à travers la surface (S).

UNITE : Ampère (A) : 1A = 1C/s.

<u>Remarque</u>:

Pour un conducteur métallique cylindrique homogène, le champ $\vec{j}$ est uniforme et on a :

$$I = \iint_{(S)} \vec{j}.d\vec{S} = \iint_{(S)} j.dS = j\iint_{(S)} dS = jS \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I = jS}$$

III.3.3- PROPRIETES DU VECTEUR DENSITE DE COURANT EN REGIME STATIONNAIRE

1/ Il n'y a pas d'accumulation de charges à l'intérieur du conducteur.

En régime continu (ou stationnaire), le déplacement des charges reste indépendant du temps, c'est-à-dire que l'on a un flux continu d'électrons tel que la densité électronique est la même en tout point du conducteur.

Considérons un tube de courant de surface (Σ) fermée enveloppant un volume (V) : (S_L) est sa surface latérale, (S_1) et (S_2) les surfaces qui ferment les extrémités du tube. Il y a autant de charges qui rentrent que de charges qui sortent du tube :

$$dq^{(int)}_{(\Sigma)} = \left(\oiint_{(\Sigma)} \vec{j}.d\vec{\Sigma}\right)dt = 0 \Rightarrow \phi_{(\Sigma)} = \oiint_{(\Sigma)} \vec{j}.d\vec{\Sigma} = 0$$

$$\oiint_{(\Sigma)} \vec{j}.d\vec{\Sigma} = 0 \Rightarrow \iint_{(S_1)} \vec{j}_{(S_1)}.d\vec{S}_1 + \iint_{(S_2)} \vec{j}_{(S_2)}.d\vec{S}_2 + \iint_{(S_L)} \vec{j}_{(S_L)}.d\vec{S}_L = \phi_{(S_1)} + \phi_{(S_2)} + 0 = 0 \Rightarrow \phi_{(S_2)} = -\phi_{(S_1)}$$

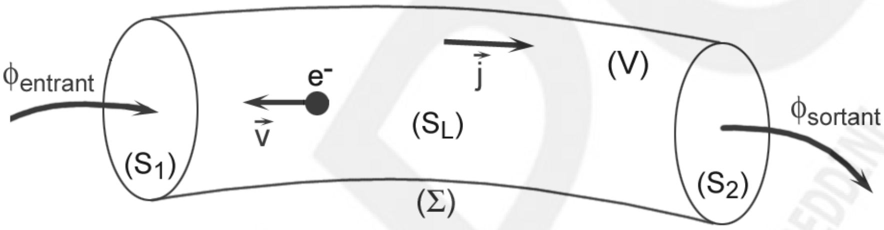
(Sachant que $\iint_{(S_L)} \vec{j}_{(S_L)}.d\vec{S}_L = 0$ car $\vec{j}_{(S_L)} \perp d\vec{S}_L$)

D'autre part, d'après le théorème de Green-Ostogradsky :

$$\oiint_{(\Sigma)} \vec{j}.d\vec{\Sigma} = \iiint_{(V)} \mathrm{Div}\vec{j}dV = 0 \Rightarrow \mathbf{Div}\vec{\mathbf{j}} = \mathbf{0}$$

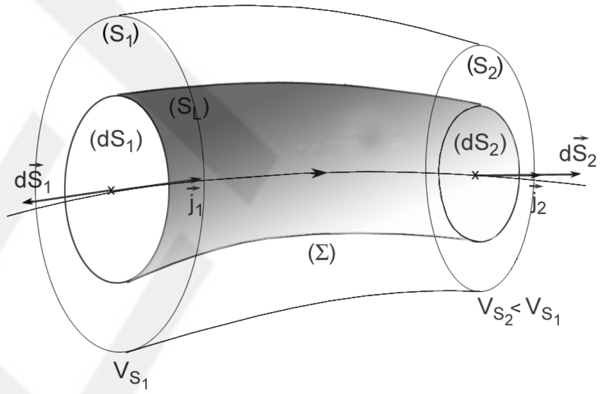
Conclusion : Le flux de charges entrant est égal au flux sortant. Donc, pour un courant en régime continu, le champ de vecteurs $\vec{j}$ est à **flux conservatif**, c'est-à-dire $\mathbf{Div}\vec{\mathbf{j}} = \mathbf{0}$.

Par ailleurs, la surface latérale du conducteur constitue le tube de courant.



2/L'intensité du courant continu est la même à travers toute section du conducteur.

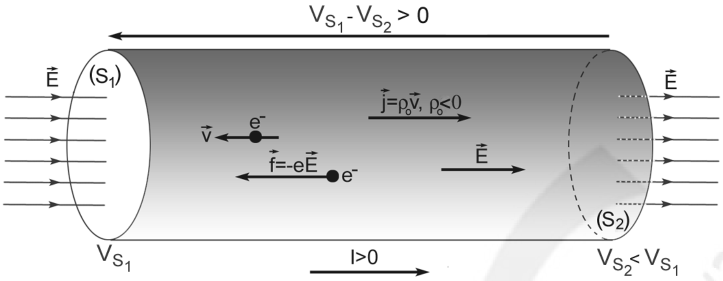
Considérons un tube de courant de surface latérale (S_L) fermée par deux disques (dS_1) et (dS_2) à l'intérieur d'un conducteur de sections (S_1) et (S_2). La surface totale du tube considéré est notée (Σ). Le vecteur $\vec{j}$ étant à flux conservatif, on peut écrire :



$$\iint_{(S_1)} \vec{j}_1.d\vec{S}_1 + \iint_{(S_2)} \vec{j}_2.d\vec{S}_2 = 0 \Rightarrow -\iint_{(S_1)} j_1.dS_1 + \iint_{(S_2)} j_2.dS_2 = 0 \Rightarrow \iint_{(S_1)} j_1.dS_1 = \iint_{(S_2)} j_2.dS_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

Le courant I_1 qui rentre par la section (S_1) et le même que celui qui sort par la section (S_2) : c'est le même courant continu qui circule à travers le conducteur aux extrémités duquel est appliquée une différence de potentiel $(V_{S_1} - V_{S_2})$.

Figure récapitulative :



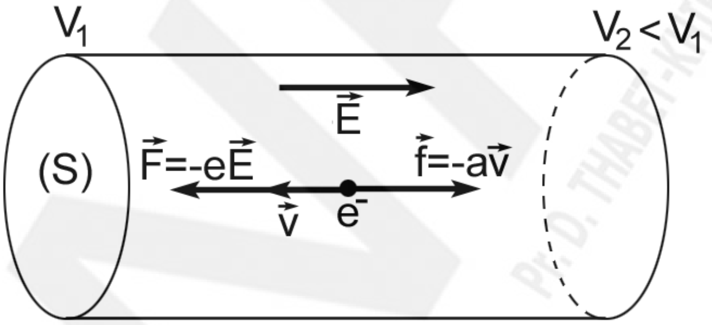
III.4- LOI D'OHM

III.4.1- IDENTIFICATION DE CERTAINES GRANDEURS ELECTRIQUES D'UN CONDUCTEUR

Soit un conducteur dans lequel règne un champ électrique $\vec{E}$ donc soumis à une d.d.p. $(V_1 - V_2)$.

*Chaque électron libre est soumis à la force électrique : $\vec{F} = -e\vec{E}$.

*Pendant leur mouvement, les électrons entrent en collision avec les ions positifs du métal d'où l'existence d'une force de frottement (de freinage) des électrons $\vec{f} = -a\vec{v}$, avec **a** le coefficient de frottement et $\vec{v}$ la vitesse des électrons libres.



Le Principe Fondamental de la Dynamique donne : $-e\vec{E} - a\vec{v} = m_e \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

La résolution de l'équation différentielle donne l'expression de $\vec{v}$:

$$\vec{v} = -\frac{e}{a}\vec{E} + \vec{v}_o e^{-\frac{a}{m_e}t}$$

Au bout d'un temps suffisamment long, la quantité $\vec{v}_o e^{-\frac{a}{m_e}t} \to \vec{0}$ et l'on a : $\vec{v} = -\dfrac{e}{a}\vec{E}$.

La vitesse des électrons est constante (c'est le régime continu ou stationnaire) et l'on écrit :

$\boldsymbol{\vec{v} = \mu\vec{E}}$ avec $\mu = -\dfrac{e}{a}$ « ***mobilité des électrons*** » dans le conducteur (μ est négatif). Unité : cm^2/V.s.

D'autre part :

$$\vec{j} = \rho_o \vec{v} = \rho_o \mu \vec{E} = (-ne)\left(-\frac{e}{a}\right)\vec{E} = \frac{ne^2}{a}\vec{E} = \gamma\vec{E}$$

$\rho_o = -ne$: la densité d'électrons dans le métal avec n le nombre d'électrons par unité de volume (m^3).

<u>Remarque</u> *: Un métal de masse volumique* ρ' *(kg/m³) et de masse molaire M, contient* $n = \frac{\rho' \mathcal{N}}{M}$ *at./m³.On peut donc en déduire le nombre d'électrons (libres) par unité de volume.*

On définit la « ***conductivité électrique***» du conducteur métallique par : $\gamma = \frac{ne^2}{a}$ et la « ***résistivité électrique*** » du conducteur par : $\rho = \frac{1}{\gamma}$.

Et l'on a : $\boldsymbol{\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho}\vec{E}}$

<u>Ordres de grandeur</u> de la résistivité (à 20°C):

*Conducteurs métalliques : Cuivre :$1,5.10^{-8}$Ω.m, Or : $2,4.10^{-8}$Ω.m, Platine : 11.10^{-8}Ω.m.

*Semi-conducteurs : Silicium : 2200Ω.m, Germanium :0,2Ω.m

*Isolants : Verre et caoutchouc : $\approx 10^{10}$ Ω.m, Bois : $\approx 10^{14}$ Ω.m

<u>Remarque</u> :

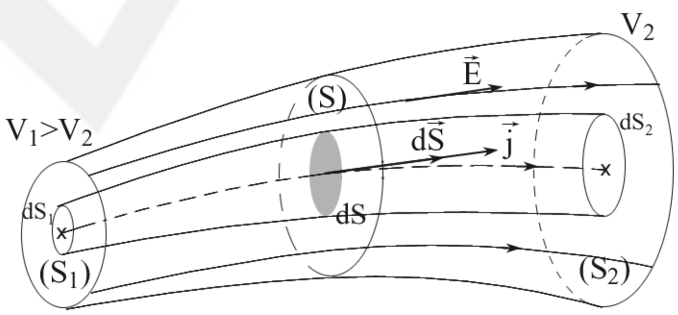
Supraconducteur : c'est un matériau dont la résistivité devient nulle lorsqu'il atteint une certaine température appelée température critique T_c.

Cette température est égale à -269°C pour le mercure et -266°C pour le plomb.

III.4.2- LOI D'OHM

Considérons un conducteur de sections (S_1) et (S_2) portées respectivement aux potentiels V_1 et V_2. Soit un tube de courant de section dS limité par les surfaces dS_1 et dS_2. On a :

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}, \quad \gamma = \frac{ne^2}{a} > 0$$



-*- La différence de potentiel $(V_1 - V_2)$ entre les sections S_1 et S_2 est :

$$dV = -\vec{E}.d\vec{\ell} \Rightarrow -\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_1^2 \vec{E}.d\vec{\ell} \Rightarrow V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}.d\vec{\ell}$$

D'autre part, le courant à travers la section (S) est : $I = \iint_{(S)} \vec{j}.d\vec{S} = \iint_{(S)} \gamma\vec{E}.d\vec{S}$

-*- Si nous multiplions $V_1 - V_2 = V_{12}$ par une constante λ, les lignes du champ $\vec{E}$ ne sont pas modifiées mais son intensité est multipliée par λ car :

$$V_{12}^{'} = \lambda V_{12} = \int_1^2 \lambda\vec{E}.d\vec{\ell}\,.$$

Cela revient aussi à multiplier I par λ :

$$I' = \iint_{(S)} \gamma(\lambda\vec{E}).d\vec{S} = \lambda I$$

-*- Le rapport $\dfrac{V_1 - V_2}{I}$ est indépendant de cette constante λ et l'on a : $\dfrac{V_1 - V_2}{I} = \text{cste}$.

-*- Ce rapport constant, noté R, est appelé « ***résistance électrique*** » de la portion (1-2) du conducteur :

$$\frac{V_1 - V_2}{I} = R\,.$$

L'expression générale de R est alors : $$\mathbf{R} = \frac{\int_1^2 \vec{\mathbf{E}}.\mathbf{d}\vec{\mathbf{l}}}{\iint_{(S)} \vec{\mathbf{j}}.\mathbf{d}\vec{\mathbf{S}}} = \frac{\int_1^2 \vec{\mathbf{E}}.\mathbf{d}\vec{\mathbf{l}}}{\iint_{(S)} \gamma\vec{\mathbf{E}}.\mathbf{d}\vec{\mathbf{S}}}$$

-*- On en déduit l'expression de la loi d'Ohm : $\mathbf{V_1 - V_2 = RI}$

Ou bien (avec $U = V_1 - V_2$): $\mathbf{U = RI}$.

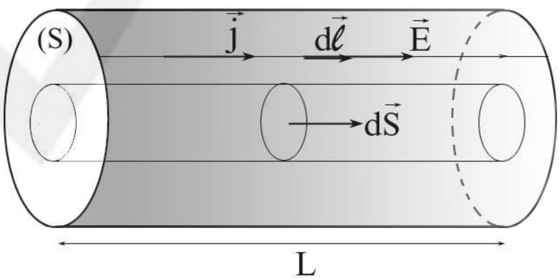
UNITE de R : Ohm (Ω) : $1\Omega = 1V/A$

-*- On définit l'inverse de la résistance, appelé « ***conductance électrique*** » du conducteur, notée G :

$$G = \frac{1}{R}$$

UNITE : Ω^{-1} ou « Siemens S »

<u>Application</u> : Calcul de la résistance d'un conducteur cylindrique homogène de longueur L et de section S :



Dans ce cas, on a : $\vec{E} \,//\, d\vec{\ell} \,//\, \vec{j} \,//\, d\vec{S}$ et le champ $\vec{E}$ est uniforme (tube de champ cylindrique) :

$$R = \frac{\int_1^2 \vec{E}.d\vec{\ell}}{\iint_{(S)} \gamma \vec{E}.d\vec{S}} = \frac{\int_0^L E d\ell}{\iint_{(S)} \gamma E dS} = \frac{E\int_0^L d\ell}{\gamma E \iint_{(S)} dS} = \frac{L}{\gamma S} \Rightarrow \mathbf{R = \frac{\rho L}{S}}$$

Remarque :

Unités complémentaires : Résistivité ρ : $\Omega.m$

Conductivité γ : $\Omega^{-1}.m^{-1} = S/m$

III.4.3- EFFET JOULE

Considérons une résistance R traversée par un courant continu d'intensité I, ayant à ses bornes une d.d.p. U. Le travail élémentaire de la force électrique appliquée à l'élément $dq = Idt$ durant l'intervalle de temps dt est :

$$dW_e = Udq = RI \times Idt = RI^2 dt \textbf{.}$$

Durant le temps t, le travail est :

$$W_e = \int_0^t RI^2 dt = RI^2 t$$

A ce travail des forces électriques, s'oppose le travail des forces de freinage : $W_f = -W_e$ **.** L'expérience montre que le travail des forces de frottement apparaît sous forme de chaleur cédée à la matière conductrice. Ce dégagement de chaleur dans la résistance constitue **l'effet Joule** et l'on écrit simplement :

$$\mathbf{W = RI^2 t}$$

III.4.4- PUISSANCE ELECTRIQUE D'UNE RESISTANCE

L'énergie électrique absorbée par une résistance pure et convertie entièrement en énergie thermique (effet Joule) est $W = RI^2 t$. La ***puissance électrique*** de la résistance R est définie par l'énergie électrique absorbée par unité de temps, donc :

$$\mathbf{P = \frac{W}{t} = RI^2 = RI \times I = UI}$$

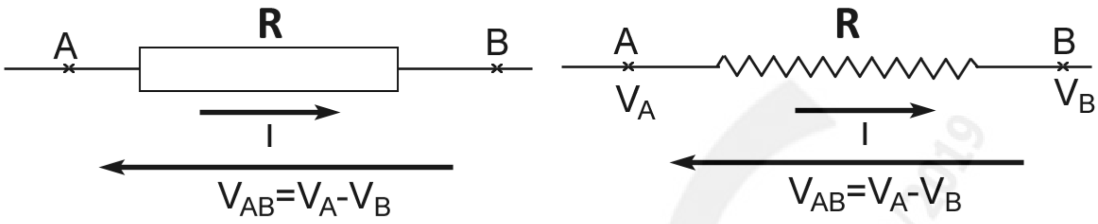
Avec **U** la tension aux bornes de la résistance et **I** l'intensité du courant électrique qui la traverse.

III.5- ASSOCIATION DE RESISTANCES

III.5.1- REPRESENTATION DES RESISTANCES

Soit une résistance R traversée par un courant d'intensité I du point A de potentiel V_A au point B de potentiel V_B ($V_A > V_B$).

La résistance R est un dipôle passif. Il peut être représenté des deux manières suivantes :

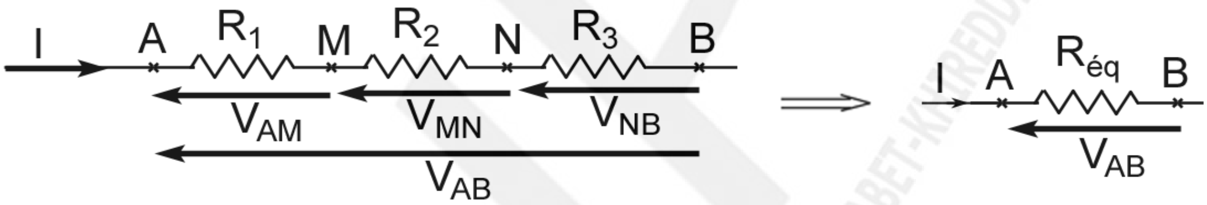


Le courant positif I est représenté par une flèche de A vers B, et la chute de potentiel $V_{AB} = V_A - V_B > 0$ aux bornes de la résistance est représentée par une flèche opposée à celle du courant.

Avec cette configuration, la loi d'Ohm s'écrit :

$$\mathbf{V_A - V_B = RI.}$$

III.5.2- ASSOCIATION DE RESISTANCES EN SERIE



Les trois résistances en série sont parcourues par le même courant I.

Le potentiel aux extrémités de la chaine de résistances est égal à la somme des potentiels aux bornes de chacune des résistances. On a donc :

$$V_{AM} = V_A - V_M = R_1 I$$

$$V_{MN} = V_M - V_N = R_2 I$$

$$V_{NB} = V_N - V_B = R_3 I$$

$$V_A - V_B = (V_A - V_M) + (V_M - V_N) + (V_N - V_B)$$

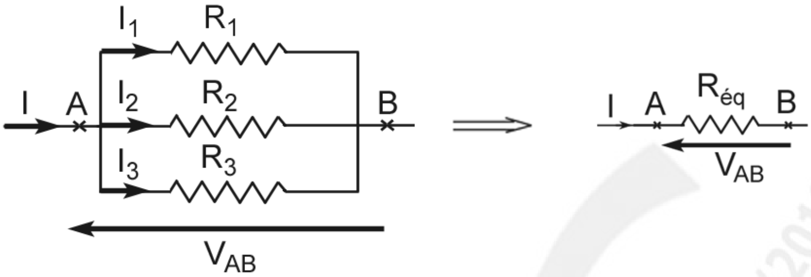
$$V_{AB} = V_{AM} + V_{MN} + V_{NB} = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V_{AB} = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR_{éq}$$

La résistance équivalente $R_{éq}$ entre A et B est telle que :

$$\mathbf{R_{éq} = \sum_{i=1}^{n} R_i}$$

III.5.3- ASSOCIATION DE RESISTANCES EN PARALLELE



Les trois résistances sont montées en parallèle : elles ont le même potentiel V_{AB} à leurs bornes. Le courant I se divise au point A en trois parties telles que : $I = I_1 + I_2 + I_3$ (non accumulation de charges au point A). On a donc :

$V_{AB} = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} = V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = V_{AB} \times \frac{1}{R_{éq}}$$

La résistance équivalente $R_{éq}$ entre A et B est telle que :

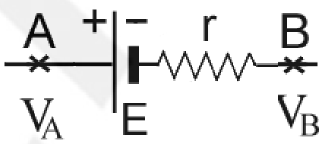
$$\boldsymbol{\frac{1}{R_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \Leftrightarrow G_{éq} = \sum_{i=1}^{n} G_i}$$

III.6- GENERATEUR ET RECEPTEUR

III.6.1- GENERATEUR ELECTRIQUE

Le générateur électrique (pile, batterie) est un dipôle actif, caractérisé par sa force électromotrice (f.e.m.) **E** constante exprimée en volt (V) et sa résistance interne **r**.

On représente le générateur de f.é.m. **E** et de résistance interne **r** par le symbole :

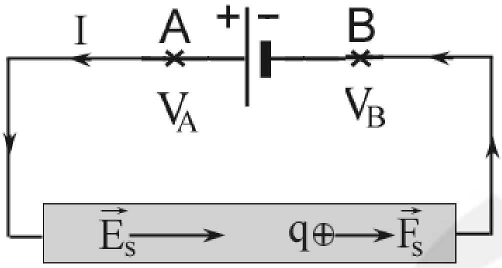


Les bornes du générateur A (pôle positif) et B (pôle négatif) sont respectivement aux potentiels V_A et V_B, avec $V_A > V_B$.

1/ Considérons d'abord, pour simplifier, un générateur idéal caractérisé par $r = 0$

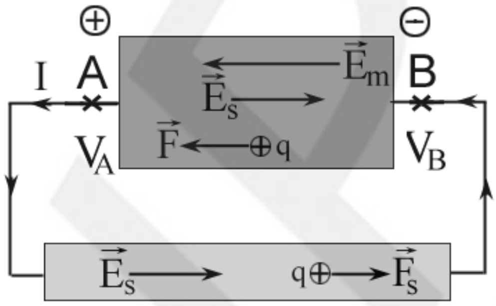
A ses bornes, on branche un conducteur. Le générateur délivre un courant I (positif) qui sort par la borne positive.

Etudions ce qui se passe à l'extérieur puis à l'intérieur du générateur.



a/ Dans le circuit extérieur au générateur, dans le <u>conducteur</u>, on a un champ électrostatique $\vec{E}_s$ (dans le même sens que le courant I) qui entraîne les charges positives (constituant le courant électrique conventionnel) de A vers B ($\vec{F}_s = q\vec{E}_s$), les électrons se déplaçant en sens inverse.

b/ A l'intérieur du <u>générateur</u>, ce même courant est donc dirigé de B vers A.



Le champ $\vec{E}_s$ est toujours dirigé du potentiel le plus élevé en A vers le potentiel le moins élevé en B. Par conséquent, comme les charges animées par la force $\vec{F}_s = q\vec{E}_s$ doivent entrer par B et sortir par A, cette force s'oppose donc au déplacement de ces charges à l'intérieur du générateur. Aussi, pour que le mouvement des charges ait lieu de manière permanente, il faut <u>nécessairement</u> l'existence d'un champ <u>opposé</u> à $\vec{E}_s$ et qui lui est <u>supérieur en module</u> permettant le mouvement de B vers A : ce champ noté $\vec{E}_m$ est appelé « **champ électromoteur** ». La force résultante $\vec{F}$ appliquée à la charge positive est alors :

$$\vec{F} = q\vec{E} = q(\vec{E}_s + \vec{E}_m) \text{ dirigée de B vers A.}$$

c/ On est toujours à l'intérieur du générateur. Lorsqu'aucun conducteur n'est branché à ses bornes, on dit que le générateur est « à vide » et alors, aucun courant ne circule, les charges sont immobiles.

Par conséquent :

$$\vec{F} = q\vec{E} = q(\vec{E}_s + \vec{E}_m) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_s = -\vec{E}_m \, .$$

La d.d.p. calculée aux bornes du générateur est telle que :

$$dV = -\vec{E}_s.d\vec{\ell} \Rightarrow V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}_s.d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{E}_m.d\vec{\ell} < 0 \Rightarrow V_A - V_B = -\int_A^B \vec{E}_m.d\vec{\ell}$$

On définit la force électromotrice ou f.é.m. E du générateur, exprimée en volts, par la relation :

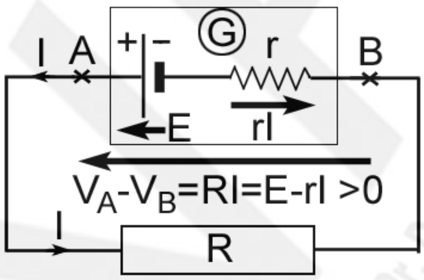
$$\mathbf{E = V_A - V_B = \int_B^A \vec{E}_m.d\vec{l}}$$

Cette d.d.p. E est orientée de la borne (-) à la borne (+). Elle est postive.

Remarque :
Une force électromotrice E existe même lorsque le courant I est nul (une pile non branchée à une résistance a toujours une f.e.m., par exemple, 1,5V). On peut la mesurer directement au moyen d'un voltmètre.

2/ Considérons maintenant un générateur réel (E, r). On branche à ses bornes une résistance R.
La d.d.p. (ou tension) aux bornes du générateur est alors donnée par la loi d'Ohm :

$$\mathbf{V_A - V_B = V_{AB} = E - rI}$$



Remarque : Les « flèches » de I et de (V_A - V_B) sont dans le même sens : c'est ce qu'on appelle « convention générateur ».

Energie électrique et puissance d'un générateur (E, r) :
L'énergie électrique délivrée par un générateur durant le temps t est : $W = Pt$, où P est sa puissance électrique.
Avec $P = UI$, on obtient : $W = UIt$ en notant V_{AB} = U.
U étant la d.d.p. aux bornes du générateur, on a : $U = E - rI$.
L'énergie fournie par le générateur durant le temps t est : $W = EIt - rI^2t$.
Sa puissance est :

$$\mathbf{P = UI = EI - rI^2}.$$

*Le terme **UI** est la puissance fournie par le générateur qui sera réellement utilisée par le récepteur branché à ses bornes.

*Le terme rI^2, représente la puissance dissipée par effet Joule, proportionnelle à la résistance interne r du générateur (qu'on souhaite minimiser).

*Pour un **générateur idéal** $(r = 0)$, la puissance devient : $\mathbf{P = EI}$.

III.6.2- RECEPTEUR ELECTRIQUE

Un récepteur électrique est un dipôle qui peut être passif ou actif. Il consomme de l'énergie électrique pour la transformer en d'autres formes d'énergie : passif, si le récepteur transforme toute l'énergie électrique qu'il reçoit en énergie thermique (effet Joule) et actif, s'il transforme une partie de l'énergie électrique qu'il reçoit en une forme d'énergie autre que l'énergie thermique.

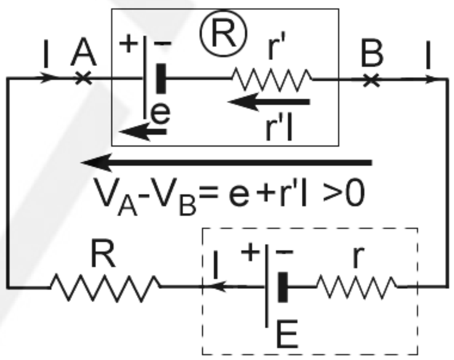
Exemples :

*Résistances pures (lampes à incandescence, radiateurs électriques,…) : ce sont des dipôles passifs car ils transforment l'énergie électrique **entièrement en énergie thermique**.

*Moteurs (perceuses, ventilateurs,…) : sont des dipôles actifs. Ils transforment l'énergie électrique reçue en **énergie mécanique** (de rotation) et en **énergie thermique** (chaleur dissipée).

*Cuve à électrolyse et batteries en charge : ce sont aussi des dipôles actifs car ils transforment une partie de l'énergie électrique reçue en **énergie chimique**.

Le récepteur actif noté **(e, r')** est caractérisé par sa force contre-électromotrice (f.c.e.m.) **e** et sa résistance interne **r'**. La force contre-électromotrice est orientée de la borne (-) à la borne (+). Le courant électrique provenant d'un générateur rentre par la borne positive et sort par la borne négative du récepteur (à l'inverse du générateur).



La composition des tensions montre que la tension aux bornes du récepteur est :

$$\mathbf{V_{AB} = V_A - V_B = e + r'I}$$

Remarque : Les « flèches » de I et de (V_A - V_B) sont dans en sens inverse : c'est ce qu'on appelle « convention récepteur ».

Puissance d'un récepteur

La puissance d'un récepteur traversé par un courant d'intensité **I** et aux bornes duquel est appliquée une tension $\mathbf{U = V_{AB}}$ est l'énergie électrique consommée par unité de temps.

$$\mathbf{P = UI}$$

$U = e + r'I$, alors :

$$\mathbf{P = UI = eI + r'I^2}$$

*Le terme **UI** est la puissance totale reçue par le récepteur (de la part du générateur).

*Le terme **eI** est la puissance utile du récepteur (puissance mécanique fournie par le moteur, par exemple).

*Le terme $\mathbf{r'I^2}$ est la puissance dissipée par effet Joule (échauffement du moteur, par exemple)

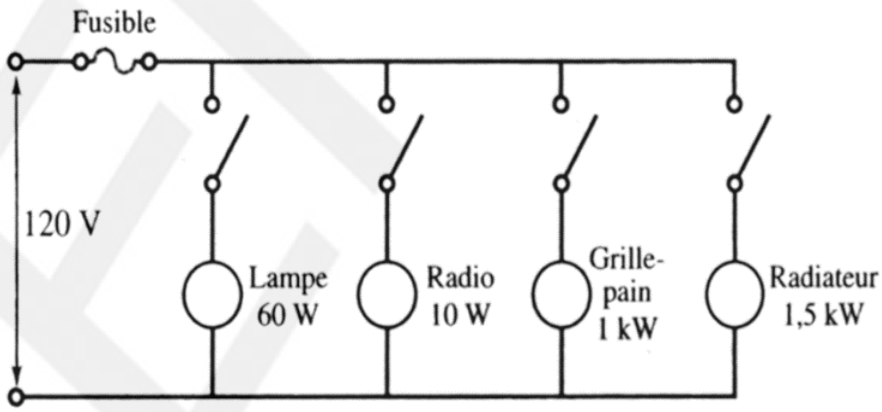
Pour un **récepteur idéal** $(r' = 0)$: **P = eI** .

Application :

Un circuit électrique d'une résidence peut ressembler à celui de la figure ci-dessous, où l'on affiche la puissance dissipée dans chaque appareil, lorsqu'un courant le traverse.

1/ Calculer le courant circulant dans chaque dispositif et les énergies dissipées par effet Joule au bout d'un temps t = 30 mn .

2/ Est-il correct de mettre le radiateur dans le même circuit en même temps que les autres appareils ? Justifiez votre réponse.



Réponses :

1/ Tous les éléments du circuit sont en parallèle, donc la tension appliquée à leurs bornes est U=120V. La puissance est donnée par la relation : P = UI et l'énergie dissipée par effet Joule par la relation $W = RI^2t = Pt$ (t en secondes). Donc, pour chaque appareil, on a :

$$I_{lampe} = \frac{P_{lampe}}{U} = \frac{60}{120} = 0,500A, \quad W_{lampe} = P_{lampe}t = 60 \times 1800 = 108000J = 108kJ$$

$$I_{radio} = \frac{P_{radio}}{U} = \frac{10}{120} = 0,083A, \quad W_{radio} = P_{radio}t = 10 \times 1800 = 18000J = 18kJ$$

$$I_{grille\ pain} = \frac{P_{grille\ pain}}{U} = \frac{1000}{120} = 8,330A = P_{grille\ pain}t = 1000 \times 1800 = 1800000J = 1800kJ$$

$$I_{radiateur} = \frac{P_{radiateur}}{U} = \frac{1500}{120} = 12,5A, \quad W_{radiateur} = P_{radiateur}t = 1500 \times 1800 = 2700000J = 2700kJ$$

2/ Dans les câblages domestiques, on utilise couramment du fil de cuivre de 2,1 mm^2 (calibre 14 selon la norme américaine AWG) qui supporte un courant maximal de 15A. Donc, la puissance maximale délivrée par le réseau extérieur est : $P = 120 \times 15 = 1800W$. Or, l'ensemble des trois autres appareils ont une puissance cumulée de 1070W. Il ne reste que 130W disponibles. C'est pourquoi, le radiateur doit être placé dans un circuit séparé ou le faire fonctionner avec certains appareils tels que la puissance totale reste inférieure à 1800W .

On peut dire également qu'avec le radiateur dans le circuit, le courant nécessaire pour faire fonctionner l'ensemble des appareils doit être égal à la somme des coutants dans chaque élément, soit 21,413A, ce qui dépasse largement les 15A autorisés.

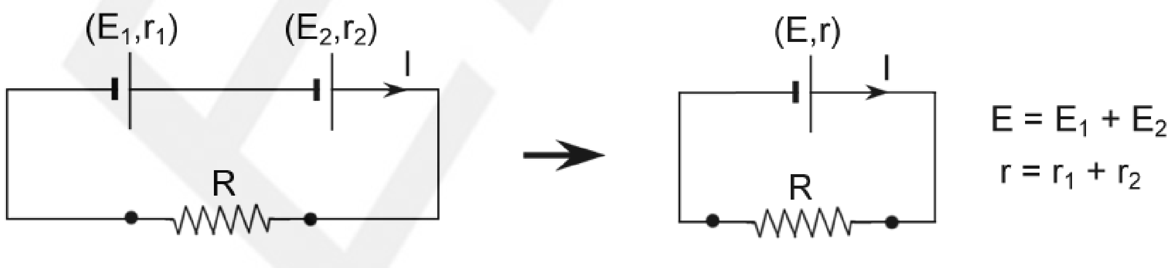
III.6.3- ASSOCIATION DE GENERATEURS

Les générateurs peuvent être montés en série, en opposition ou en parallèle.

Recherche du générateur équivalent (E, r) pour chaque association.

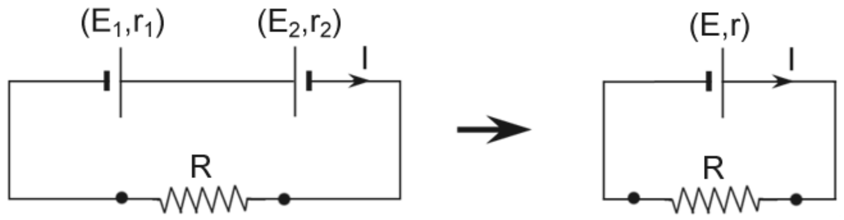
1/ Association de générateurs en série

Deux générateurs sont en série lorsqu'on relie la borne (+) du premier à la borne (-) du générateur suivant.



2/ Association de générateurs en opposition

Deux générateurs sont en opposition lorsqu'on relie la borne (+) du premier générateur à la borne (+) du générateur suivant (qui se comporte alors en récepteur).



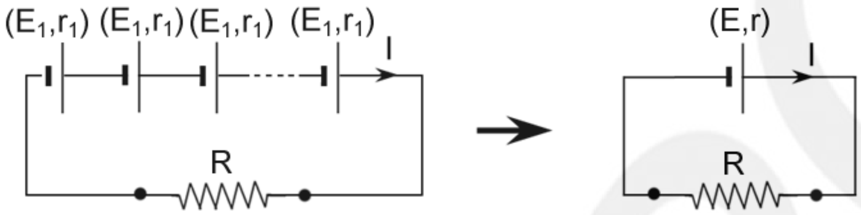
$E_1 > E_2$

$E = E_1 - E_2$

$r = r_1 + r_2$

3/ Association de générateurs identiques

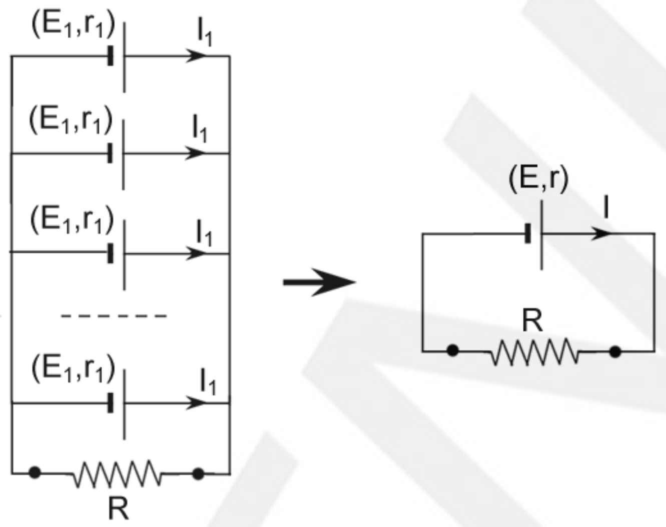
- **(n) générateurs en série**



$E = nE_1$

$r = nr_1$

- **(p) générateurs en parallèle**

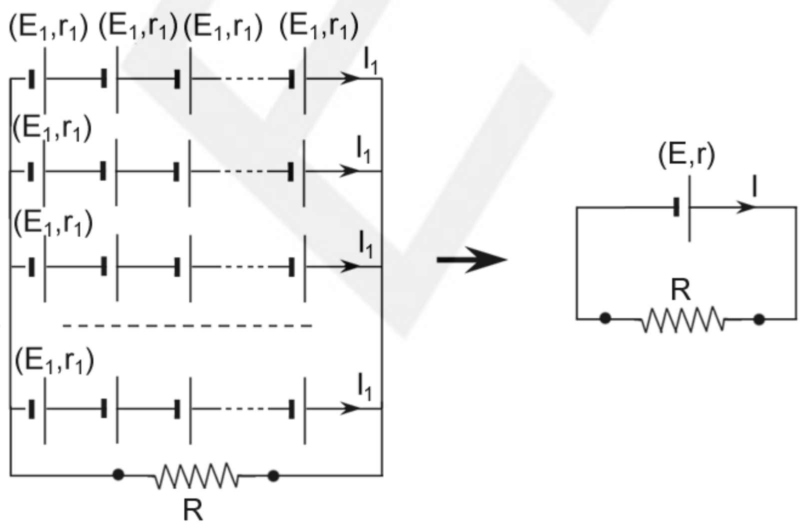


$I = pI_1$

$E = E_1$

$r = \frac{r_1}{p}$

- **(p) branches en parallèle contenant chacune (n) générateurs en série**



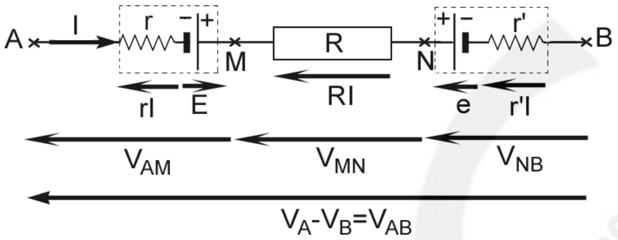
$I = pI_1$

$E = nE_1$

$r = \frac{nr_1}{p}$

III.7- LOI D'OHM GENERALISEE

Soit une portion de circuit AB comprenant une résistance (R), un générateur (E,r) et un récepteur (e,r') en série. Le courant I circule de A vers B ($V_A > V_B$).



La composition des tensions donne :

$$V_{AB} = V_{AM} + V_{MN} + V_{NB}$$

$$V_{AB} = (rI - E) + RI + (e + r'I) = (r + R + r')I + e - E$$

La différence de potentiel entre A et B est donc égale à la somme des tensions aux bornes des résistances, augmentée de la somme des f.c.e.m. et diminuée de la somme des f.e.m. :

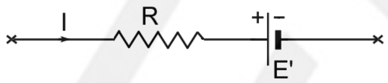
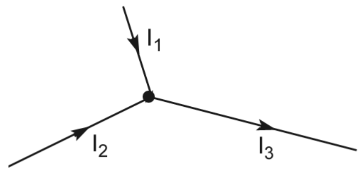
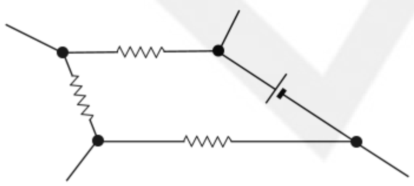
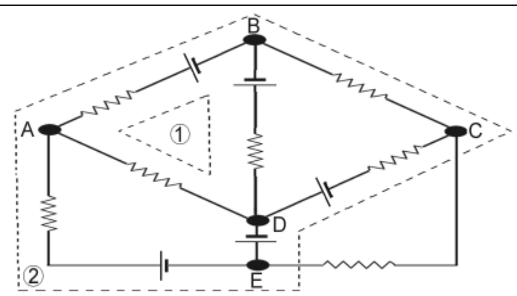
$$\mathbf{V_A - V_B = I_{AB} \sum R_i + \sum e_j - \sum E_k}$$

Si on ferme le circuit, alors $V_A = V_B$ et l'on déduit le courant qui y circule :

$$\mathbf{I = \frac{\sum E_i - \sum e_j}{\sum R_k}}$$: C'est la loi de POUILLET.

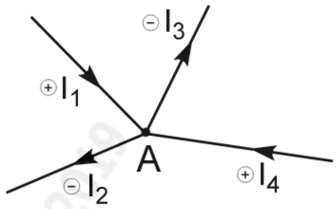
III.8- RESEAUX ELECTRIQUES. LOIS DE KIRCHHOFF

III.8.1- DEFINITIONS D'ELEMENTS ELECTRIQUES

	
BRANCHE : Portion du circuit parcourue par le même courant I.	**NŒUD** : point d'intersection de trois branches ou plus.
	
MAILLE : Ensemble de branches constituant une maille.	**RESEAU :** Ensemble de mailles. Exemples : maille (1) : ABDA (3 branches) Maille (2) : BAEDCB (5 branches)

III.8.2- LOIS DE KIRCHHOFF

III.8.2.1- Loi des nœuds (1ère loi)



Considérons les courants I_1, I_2, I_3 et I_4 qui concourent au nœud A. En régime stationnaire, il ne peut y avoir accumulation de charges au point d'intersection A. Donc, la somme des courants qui arrivent en A doit être égale la somme des courants qui en sortent, soit : $I_1 + I_4 = I_2 + I_3$.

On peut aussi considérer les courants de manière algébrique et prendre par exemple les courants entrants positifs et les courants sortants négatifs et écrire : $I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0$ et dire que la somme algébrique des courants au nœud A est nulle : $\sum \bar{\mathbf{I}}_\mathbf{i} = \mathbf{0}$ ($\bar{I}$: notation algébrique du courant I).

III.8.3.1- Loi des mailles (2ème loi)

Considérons la maille suivante comportant des résistances, des générateurs et des récepteurs : les courants parcourant les branches AB, BC, CD et DA sont différents.

Représentons toutes les différences de potentiel par leurs flèches, sachant que :

*Le sens de la flèche représentant la tension aux bornes d'une résistance est opposé au sens du courant qui parcourt cette résistance (Loi d'OHM).

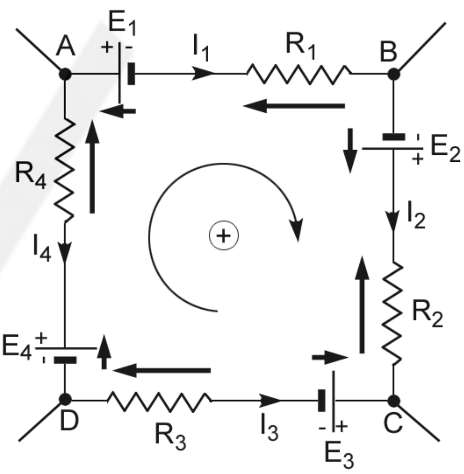
*La flèche représentant la f.e.m. ou bien la f.c.e.m. est dirigée de la borne négative vers la borne positive.

* Ensuite, attribuons un sens de parcours arbitraire positif de la maille : dans l'exemple, on a pris comme sens de parcours positif, le sens de parcours des aiguilles d'une montre.

* Parcourons toute la maille du point A au point A (on peut aussi prendre le parcours de B à B, … ceci n'a pas d'importance) écrivant V_A-V_A : les tensions sont comptées positivement si elles sont orientées dans le sens du parcours choisi et négativement si elles sont orientées en sens inverse, donc on a :

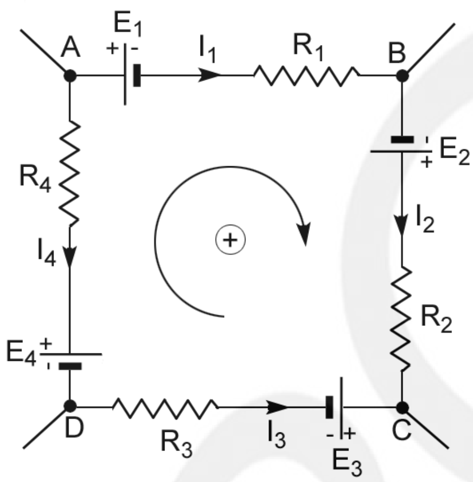
$$-E_1 - R_1I_1 + E_2 - R_2I_2 - E_3 + R_3I_3 + E_4 + R_4I_4 = 0$$

Soit : $$(R_1I_1 + R_2I_2 - R_3I_3 - R_4I_4) + (E_1 - E_2 + E_3 - E_4) = 0$$



Autre méthode plus pratique (à utiliser préférentiellement) :

Ici, on ne s'occupe pas de la représentation des tensions aux bornes de chaque élément (pas de flèches). La méthode est la suivante :



*Attribuons un sens de parcours arbitraire positif de la maille.

*On écrit (+RI) si le sens de I est le même que le sens de parcours choisi et (–RI) dans le cas contraire et on somme : $\sum_{\alpha}(\pm R_\alpha I_\alpha)$.

*On écrit (+E) si en suivant le parcours choisi on rentre par la borne (+) et (-E) si on rentre par la borne (-) du générateur ou du récepteur, et on somme (E représente la f.e.m. ou la f.c.e.m.): $\sum_{\alpha}(\pm E_\beta)$

Et le résultat est : $$\sum_{\alpha}(\pm R_\alpha I_\alpha) + \sum_{\beta}(\pm E_\beta) = 0$$

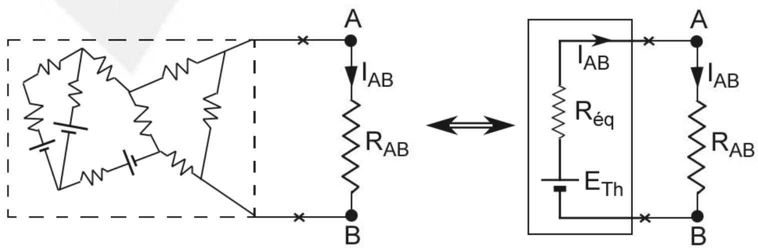
On obtient donc, en parcourant la maille du point A au point A (c'est-à-dire qu'on calcule $V_A - V_A$) :

$$+E_1 + R_1 I_1 - E_2 + R_2 I_2 + E_3 - R_3 I_3 - E_4 - R_4 I_4 = 0$$

Soit le résultat précédemment obtenu : $(R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_4) + (E_1 - E_2 + E_3 - E_4) = 0$

III.9- THEOREME DE THEVENIN

L'objectif est de rechercher le courant I qui circule dans une branche AB d'un circuit quelconque donné. Le théorème de Thévenin permet de transformer le circuit initial en un générateur de f.e.m. notée E_{Th} et de résistance interne notée R_{Th} aux bornes duquel est placée la branche AB, selon le schéma suivant :



et le courant dans la branche AB (obtenu par la loi des mailles) est : $\mathbf{I_{AB}} = \dfrac{\mathbf{E_{Th}}}{\mathbf{R + R_{Th}}}$

Pour calculer E_{Th} et R_{Th}, on procède de la manière suivante :

1/ On supprime la branche AB du réseau et on calcule la *différence de potentiel à vide* entre A et B. Cette ddp représente **la f.é.m. du générateur de Thévenin** :

$$\mathbf{E_{Th} = (V_A - V_B)_o} .$$

2/ On supprime les f.e.m. et f.c.e.m. des générateurs et des récepteurs (on laisse les résistances intérieures), la branche AB étant toujours supprimée, et on calcule la résistance équivalente entre les points A et B. Cette résistance équivalente représente **la résistance interne du générateur de Thévenin**, soit :

$$\mathbf{R_{Th} = R_{éq}} .$$

Remarque : la branche AB peut contenir plusieurs éléments électriques

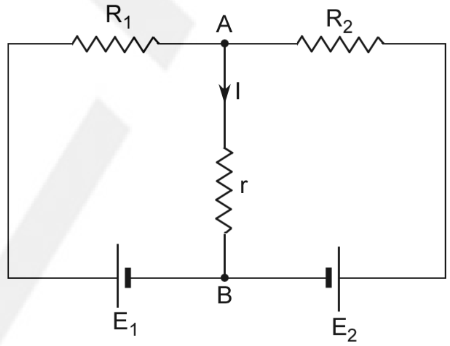
III.10- METHODE DES COURANTS IMAGINAIRES OU DES MAILLES INDEPENDANTES

Soit un circuit à plusieurs mailles. On suppose que chaque maille est parcourue par un courant imaginaire (ou virtuel) et on calcule, en utilisant les lois de Kirchhoff, par exemple, chacun de ces courants. Le courant réel passant dans une branche est la somme algébrique des courants virtuels correspondants. Si on trouve une valeur négative, alors le sens réel du courant dans la branche est l'opposé du courant imaginaire trouvé par la somme algébrique.

Exercice d'application :

Déterminer l'intensité du courant I traversant la résistance r et son sens.

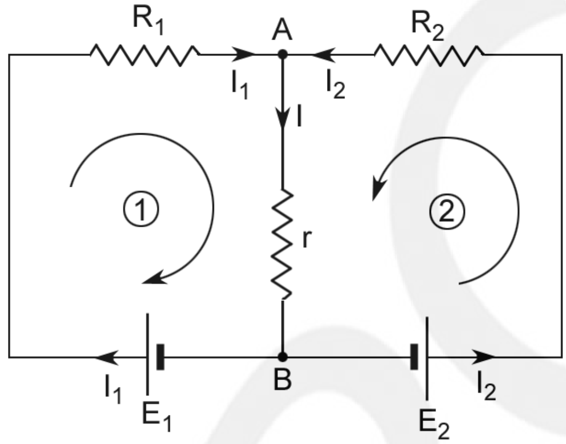
On donne : $R_1 = 3\Omega,\ R_2 = 18\Omega,\ r = 6\Omega,\ E_1 = 12V\ \ E_2 = 18V$.



***1ère méthode*- Lois de Kirchhoff :**

On donne arbitrairement un sens à I, par exemple de A vers B et on suppose que les deux appareils sont des générateurs : donc, I_1 et I_2 sortent par la borne (+).

On a trois branches et deux nœuds A et B qui sont équivalents d'après la loi des noeuds. On a trois courants qui sont inconnus I, I_1, I_2. Cependant, de part la loi des nœuds, un des courants peut être calculé en fonction des deux autres, cela nous ramène à deux inconnues : on n'a donc besoin que de DEUX mailles pour trouver ces 3 courants (donc deux équations à deux inconnues).



Loi des nœuds : Nœud A (ou B) : $I = I_1 + I_2$

Loi des mailles : Maille (1) : $R_1 I_1 + rI - E_1 = 0$

Maille (2) : $R_2 I_2 + rI - E_2 = 0$

On remplace $I_2 = I - I_1$ dans les équations des mailles, on obtient un système de deux équations avec I et I_1 comme inconnues. Après remplacement par les valeurs numériques, on obtient :

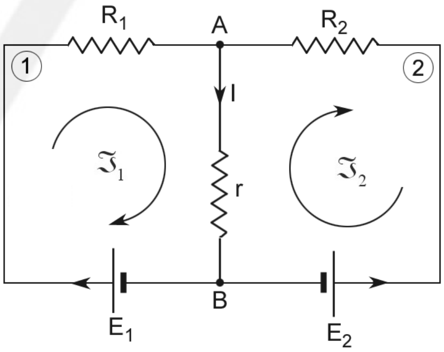
$$\begin{cases} 3I_1 + 6I = 12 \\ -18I_1 + 24I = 18 \end{cases}, \quad \text{soit : } \begin{cases} I_1 + 2I = 4 \\ -3I_1 + 4I = 3 \end{cases}$$

Ce qui nous donne : $\mathbf{I = 1,5A}$.

On a trouvé que la valeur de l'intensité du courant I est positive : donc, le courant parcourt la branche AB de A vers B.

On peut continuer les calculs : on trouvera : $I_1 = 1A$ et $I_2 = 0,5A$, tous deux positifs. On a bien des générateurs.

<u>2ème méthode</u>- Méthode des mailles indépendantes :



Notons $\Im_1$ le courant imaginaire qui parcourt la maille (1) et $\Im_2$ le courant imaginaire qui parcourt la maille (2). Supposons le courant réel traversant la branche AB de A vers B : on a donc :

$$I = \Im_1 - \Im_2$$

La loi des mailles nous permet d'écrire les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \text{maille (1)} : R_1\Im_1 + r(\Im_1 - \Im_2) - E_1 = 0 \\ \text{maille (2)} : R_2\Im_2 + r(\Im_2 - \Im_1) + E_2 = 0 \end{cases}$$

Soit, après remplacement par les valeurs numériques :

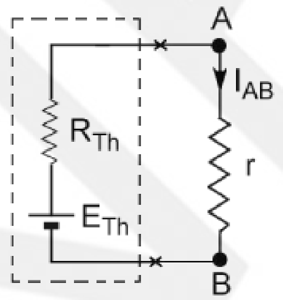
$$\begin{cases} 9\Im_1 - 6\Im_2 = 12 \\ -6\Im_1 + 24\Im_2 = -18 \end{cases} \text{ et après simplification : } \begin{cases} 3\Im_1 - 2\Im_2 = 4 \\ -\Im_1 + 4\Im_2 = -3 \end{cases}$$

On trouve : $\Im_1 = 1\text{A}, \quad \Im_2 = -0,5\text{A}$

Donc : $I = \Im_1 - \Im_2 = 1 - (-0,5)$ soit : $\mathbf{I = 1,5A}$

***3ème méthode*- Théorème de Thévenin :**

Le circuit initial est équivalent au circuit de Thévenin en introduisant le générateur (E_{Th}, R_{Th}) :

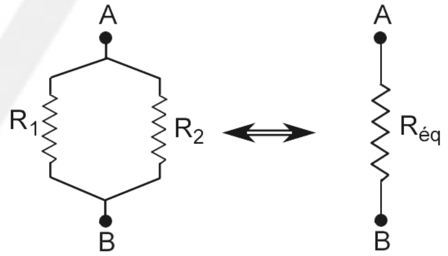


Le courant qui traverse la branche AB est alors (loi des mailles):

$$(r + R_{Th})I_{AB} - E_{Th} = 0 \Rightarrow \mathbf{I_{AB} = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + r}}$$

*__Calcul de R_{Th} :__

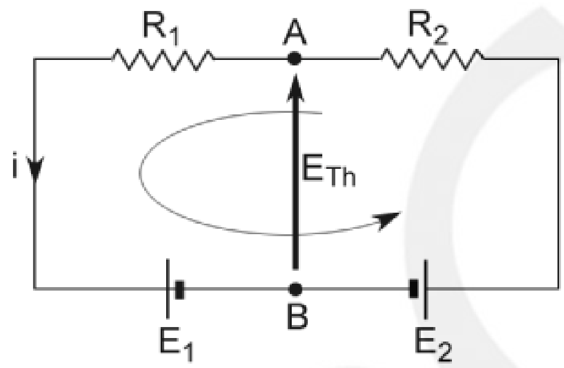
C'est la résistance équivalente du circuit entre les points A et B, après avoir supprimé les f.e.m. des générateurs ainsi que la branche AB :



Entre A et B, on a les deux résistances R_1 et R_2 en parallèle :

$$R_{Th} = R_{éq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18}{7}\Omega$$

*__Calcul de E_{Th} :__



On ne supprime du circuit initial que la branche AB : dans ce <u>nouveau circuit</u>, soit **i** le courant qui parcourt l'unique maille en lui donnant un sens arbitraire.

$E_{Th} = (V_A - V_B)_o = R_1 i + E_1$

La loi des mailles permet de calculer i :

$$(R_1 + R_2)i - E_2 + E_1 = 0 \Rightarrow i = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2} = \frac{2}{7}A$$

D'où, après remplacement : $E_{Th} = \dfrac{90}{7}A$

Finalement, on trouve après remplacement dans la relation $I_{AB} = \dfrac{E_{Th}}{r + R_{éq}}$: $\mathbf{I = 1,5A}$.