



**Série de TD n° 4 : Numérisation des signaux**

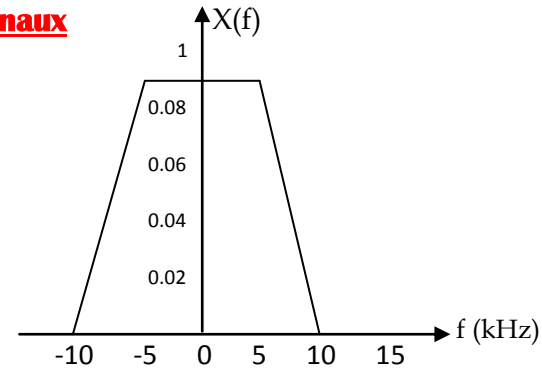
**Exercice 1**

Considérant un signal dont le spectre est représenté à la figure ci-contre.

Déterminer la fréquence d'échantillonnage minimale pour qu'il n'y ait pas de recouvrement spectral.

Admettant que  $f_e = 16$  kHz :

Que faut-il faire pour éviter le recouvrement spectral ?



**Exercice 2**

Considérant le signal analogique suivant :

$$x_a(t) = 2 \cdot \cos(100\pi t) + 5 \cdot \sin(250\pi t + \pi/6) - 4 \cdot \cos(380\pi t) + 16 \cdot \sin(600\pi t + \pi/4)$$

1°) Quelle valeur minimale faut-il choisir pour  $f_e$  si l'on veut respecter le théorème de Shannon ?

Soit  $f_e = 3f_{\max}$ , est ce qu'il y aura des raies spectrales autres que celles de la bande passante ?

**Exercice 3**

Un signal analogique est échantillonné à raison de 600 échantillons par seconde.

1°) Que vaut la fréquence de Nyquist ?

2°) Si elles existent, que valent les fréquences repliées ?

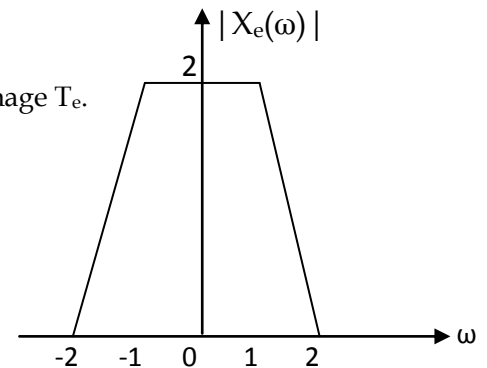
**Exercice 4**

1°) Dessiner  $|X_e(\omega)|$  pour les cas suivants si  $x_e(t) = x(t) \cdot p(t)$ ,  $x_e(t)$  est la version échantillonnée de  $x(t)$  avec une période d'échantillonnage  $T_e$ .

Tels que :  $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$

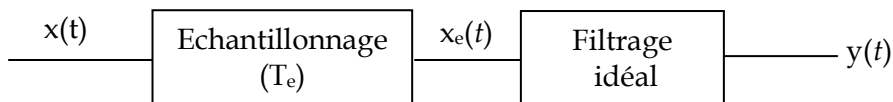
- a)  $T = \pi/4$  sec
- b)  $T = \pi/2$  sec
- c)  $T = 2\pi/3$  sec

2°) La même question pour  $x(t) = e^{-t/4} \cos(t)u(t)$ .



**Exercice 5**

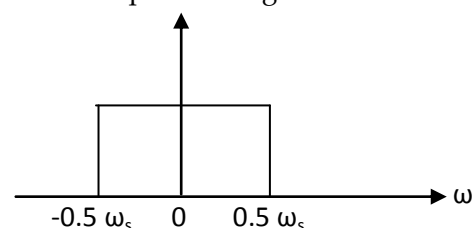
Considérant le schéma bloc de l'échantillonnage et de la reconstruction (filtrage) suivant :



La sortie  $y(t)$  de la reconstruction idéale peut être trouvée en envoyant le signal échantillonné  $x_e(t) = x(t) p(t)$  à travers un filtre passe-bas idéal dont la réponse est indiquée à la figure suivante :

Sachant que  $x(t) = 2 + \cos(50\pi t)$  and  $T = 0.01$  sec.

- a) Dessiner  $|X_e(\omega)|$  où  $x_e(t) = x(t) p(t)$ .  
Déterminez si un repliement se produit.
- b) Déterminer l'expression de  $y(t)$
- c) Donner l'expression de  $x_e(t)$



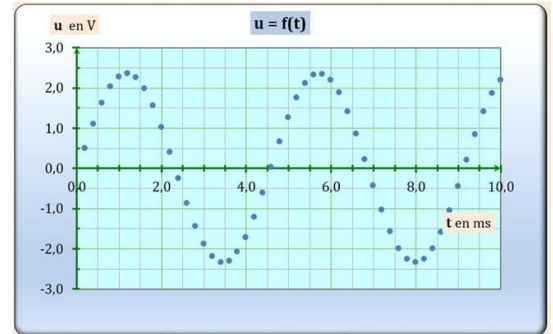
### Exercice 6

- 1°) Mêmes questions que l'exercice 5 pour  $x(t) = 2 + \cos(50\pi t)$  and  $T = 0.025$  sec.  
2°) Mêmes questions pour  $x(t) = 1 + \cos(20\pi t) + \cos(60\pi t)$  and  $T = 0.01$  sec.

### Exercice 7

Un signal sonore converti en signal numérique est représenté ci-contre :

- 1°) Sachant que la période du signal est  $T = 4.66$  ms. Déterminer la fréquence  $f$  du signal étudié  
2°) Définir la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ .  
3°) Calculer sa valeur et la comparer à celle de  $f$ .  
4°) Dans quel sens faut-il faire évoluer le rapport  $f_e/f$  Pour que le signal numérisé soit le plus fidèle possible au signal réel.



### Exercice 8

Soit un signal analogique  $s(t)$  dont la transformée de Fourier  $S(f)$  est à support borné dans  $[-F_c, +F_c]$  de la forme :

$$S(f) = \text{tri}_{F_c}(f)$$

On échantillonne  $s(t)$  avec une période  $T_e = 1/9F_c$ .

- 1°) Déterminer l'expression du spectre du signal échantillonné  $s_e(t)$ .  
2°) Représenter graphiquement le spectre  $S_e(f)$  sur l'intervalle  $[-30F_c, +30F_c]$

### Exercice 9

On dispose d'un convertisseur analogique à 16 bits. La quantification est réalisée avec un quantum de conversion  $q = 5\mu\text{V}$ . Déterminer la tension maximale du signal qu'un tel convertisseur peut réaliser.

### Exercice 10

Afin de pouvoir restituer correctement un son, la fréquence d'échantillonnage doit être le double de la fréquence de l'harmonique le plus haut de ce son.

La fréquence d'un son audible par l'oreille humaine est comprise entre 20 Hz et 20 kHz.

- 1°) quelle fréquence d'échantillonnage minimale faut-il choisir pour numériser correctement un son ?  
2°) La fréquence d'échantillonnage standard pour les CD est de 44.1 kHz. Cette valeur est elle en accord avec le résultat de la question précédente ?  
3°) Les standards d'enregistrement sur CD codent les sons en 16 bits. Combien de niveaux d'intensité sonore différents peut-on coder ?  
4°) quelle est la durée maximale d'enregistrement disponible sur un CD dont la capacité de stockage est de 700 Mo ? (1Mio =  $2^{20}$  octets)

### Exercice 11

Pour l'équipement des laboratoires de TP de notre école polytechnique, on a besoin de mesurer des tensions allant de 0 à 4.5 V à 10 mV près.

Une carte d'acquisition trouvée dans le commerce contient un CAN 8 bits et a pour calibre 0.0-5.0 V.

- 1°) Déterminer le pas  $P$  du convertisseur de ce modèle  
2°) Ce modèle correspond-il aux besoins de nos laboratoires ?  
3°) Quel doit être le minimum de bits du CAN pour que sa précision soit suffisante ?